【台形公式/シンプソンの公式　　Trapezoidal rule/Simpson's rule】

■台形公式

$\int_a^b f(x)dx$ において,$a = x_0, x_1, \cdots, x_n = b$, これらの点での関数値を $f_0, f_1, \cdots, f_n$ とする.
また, 分割幅を等分割幅とする.

$$\text{台形公式:}\ \int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{2}\frac{b-a}{n}\left[f_0 + f_n + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i\right]$$

被積分関数を $(1-x)\exp(-x)$ とし積分区間を [-1,1] とした．真値は，$e + 1/e = 3.086161\cdots$ である.

Source Code 1: Scilab

```
////////////////////////////////
//      台形公式
//      Trapezoidal rule
//
//                      M.Tsutsui
////////////////////////////////

clear;

funcprot(0);
function[I]=nume_itg(a,b,n);//a:積分区間 下端 b:積分区間 上端 n:分割数

    h=(b−a)/n;//刻み幅

    x=linspace(a,b,n+1);
    y=(1−x).*%e^(−x);//被積分関数記述

    f0=y(1);
    fn=y(n+1);

    calc=0;
    for i=2:1:n;
        calc=calc+h*y(i);
    end

    I=1/2*h*(f0+fn)+calc;//台形公式 数値積分結果

endfunction

res=nume_itg(−1,1,100)//結果確認
```

■シンプソンの公式

$\int_a^b f(x)dx$ において, 積分区間 $[a, b]$ を $2n$ 等分し, 分点を $a = x_0, x_1, \cdots, x_n = b$ とする.
この時, これらの点での関数値を $f_0, f_1, \cdots, f_n$ とする.

$$\text{シンプソンの公式:}\ \int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{3}\frac{b-a}{2n}\sum_{i=0}^{n-1}(f_{2i} + 4f_{2i+1} + f_{2i+2})$$

Source Code 2: Scilab

```
////////////////////////////////
//      シンプソンの公式
//      Simpson's rule
//
//                  M.Tsutsui
////////////////////////////////
```

```
clear;

funcprot(0);
function[I]=Simpson(a,b,n);//a:積分区間 下端 b:積分区間 上端 n:分割数

    n=n/2;

    h=(b−a)/(2∗n);//刻み幅

    x=linspace(a,b,(n∗2+1));
    y=(1−x).∗%e^(−x);//被積分関数記述

    calc=0;
    for i=0:1:n−1;
        calc=calc+(y(2∗i+1)+4∗y(2∗i+2)+y(2∗i+3));
    end

    I=1/3∗h∗calc;//数値積分結果

endfunction


res=Simpson(−1,1,10) //被積分関数を(1-x)exp(-x),積分区間を[-1,1] (10等分)
```