

【独立成分分析 Independent Component Analysis】

音源: $\mathbf{s} = [s_1, s_2]^T$, 混合行列: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, 観測信号: $\mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{s} = [z_1, z_2]^T$

■無相関化

$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{V}\mathbf{z}$ とし, 無相関化を行う行列 \mathbf{V} を求める.

$$\text{無相関となる条件: } \mathbb{E}[\hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}^T] = \mathbf{V}\mathbb{E}[\mathbf{z}\mathbf{z}^T]\mathbf{V}^T = \mathbf{V}\mathbf{R}_z\mathbf{V}^T = \mathbf{I} \quad (*1) \quad \text{※ } \mathbf{I}: \text{単位行列}$$

自己相関行列 \mathbf{R}_z の固有値問題. 固有値 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, 固有ベクトル $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n]$ とすると,

$$\mathbf{R}_z\mathbf{Q} = \Lambda\mathbf{Q}$$

上式から,

$$\mathbf{Q}^T\mathbf{R}_z\mathbf{Q} = \Lambda \quad \because \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q}^T\mathbf{Q} = \mathbf{I} \quad (\mathbf{Q} \text{ は, ユニタリ行列})$$

ここから,

$$\sqrt{\Lambda^{-1}}\mathbf{Q}^T\mathbf{R}_z\sqrt{\Lambda^{-1}}\mathbf{Q} = \sqrt{\Lambda^{-1}}\mathbf{Q}^T\mathbf{R}_z(\sqrt{\Lambda^{-1}}\mathbf{Q})^T = \mathbf{I} \quad (*2)$$

(*1), (*2) より, 無相関化行列 \mathbf{V} は,

$$\mathbf{V} = \sqrt{\Lambda^{-1}}\mathbf{Q}^T$$

■ Fast ICA

4次キュムラント $\kappa_4 = \mathbb{E}[z^4] - 3\mathbb{E}[z^2]^2$ を用いて, 正規直交行列 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2]$ で音源分離を行う.

□ algorithm

For $k = 1, 2, \dots$

$$\mathbf{w}_i(k+1) = \mathbb{E}[(\mathbf{w}_i(k)^T \hat{\mathbf{z}})^3 \hat{\mathbf{z}}] - 3\mathbf{w}_i(k)$$

$$\mathbf{w}_i(k+1) = \mathbf{w}_i(k+1) - \sum_{j=1}^{i-1} [(\mathbf{w}_i^T(k+1)\mathbf{w}_j)]\mathbf{w}_j \quad (\text{GramSchmidt orthogonalization})$$

$$\mathbf{w}_i(k+1) = \frac{\mathbf{w}_i(k+1)}{\|\mathbf{w}_i(k+1)\|}$$

end

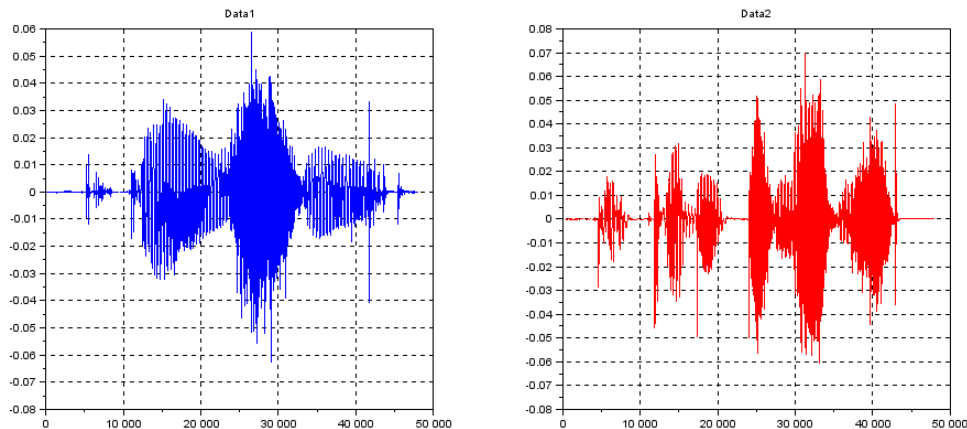


Figure 1: Scilab 実行結果
音源 1, 音源 2

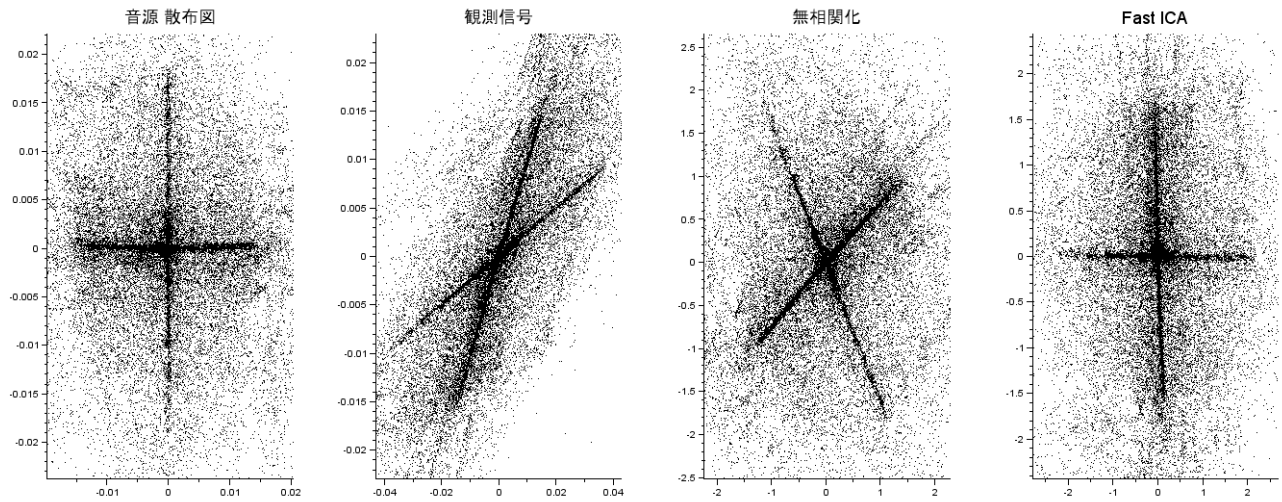


Figure 2: Scilab 実行結果

Source Code 1: Scilab

```

////////////////////////////////////
//      独立成分分析
//      Independent Component Analysis
//
//                               M.Tsutsui
////////////////////////////////////
clear;

////////////////////////////////////
//
//
// 音源1:ICA_D1 音源2:ICA_D2
//
// 観測信号:MM
//
// 観測信号1:MM(1,:) 観測信号2:MM(2,:)
//
// 無相関化信号:x_hat
//
// 無相関化信号1:x_hat1 無相関化信号2:x_hat2
//
// 分離信号:s_hat
//
// 分離信号1:s_hat(1,:) 分離信号2:s_hat(2,:)
//
//
////////////////////////////////////

stacksize('max');

//-----無相関化行列-----//
funcprot(0)
function [V]=ncorr_mx(tgt_mt);//tgt_mx:混合行列(2×2行列)

[size_M_t,size_M_y]=size(tgt_mt);

E_xx=1/size_M_y*[tgt_mt(1,:)*tgt_mt(1,:)',tgt_mt(1,:)*tgt_mt(2,:)',tgt_mt(2,:)*tgt_mt(1,:)',tgt_mt(2,:)*tgt_mt(2,:)];//自己相
関行列

```

```

[eig_vec,eig_v] = spec(E_xx); //固有値,固有ベクトル

V=sqrt((eig_v)^(-1))*eig_vec';//白色化行列

endfunction

//-----Fast_ICA_正規直交行列導出-----//
funcprot(0)
function [w_opt]=F_ICA(NOD1,NOD2,FCoe_ini,UC);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
//
// NOD1:無相関化信号1, NOD2:無相関化信号2,
//
// FCoe_ini:初期行列(2*2行列), UC:更新回数
//
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

x_hat1=NOD1;
x_hat2=NOD2;

w1_ini=FCoe_ini(:,1);
w2_ini=FCoe_ini(:,2);

//-----w1-----//
for k=1:1:UC;
    w_cmp=w1_ini;
    w_11=mean(((w1_ini'*x_hat)^3).*x_hat1)-3*w1_ini(1);
    w_21=mean(((w1_ini'*x_hat)^3).*x_hat2)-3*w1_ini(2);

    w1_ini=[w_11;w_21];
    w1_ini=w1_ini/norm(w1_ini);

    if abs(w1_ini'*w_cmp-1) < 0.001
        w_opt1=w1_ini;//最適フィルタ係数
        break;
    end
end

//-----w2-----//

for m=1:1:UC;
    w_cmp2=w2_ini;
    w_12=mean(((w2_ini'*x_hat)^3).*x_hat1)-3*w2_ini(1);
    w_22=mean(((w2_ini'*x_hat)^3).*x_hat2)-3*w2_ini(2);

    w2_ini=[w_12;w_22];

    w2_ini=w2_ini-w_opt1*(w_opt1'*w2_ini); //グラムシュミット直交化法
    w2_ini=w2_ini/norm(w2_ini);

    if abs(w2_ini'*w_cmp2-1) < 0.001
        w_opt2=w2_ini;//最適フィルタ係数
        break;
    end
end

w_opt=[w_opt1';w_opt2'];//正規直交行列

endfunction

//-----main-----//

```

```

ICA_D1 = wavread('ICA_D1.wav');//データロード1
[size1,size2]=size(ICA_D1);
ICA_D2 =wavread('ICA_D2.wav');//データロード2
[size3,size4]=size(ICA_D2);

if (size2>size4) then,//サイズ合わせ
    ICA_D2=[ICA_D2,zeros(1,size2-size4)];
else,
    ICA_D1=[ICA_D1,zeros(1,size4-size2)];
end

subplot(141)
plot2d(ICA_D1,ICA_D2,style=0);
title('音源_散布図','fontsize',4);

A=[1,2;1,0.5];//混合行列
MM=A*[ICA_D1;ICA_D2];//観測信号

subplot(142)
plot2d(MM(1,:),MM(2,:),style=0);
title('観測信号','fontsize',4);

x_hat=ncorr_mx(MM)*MM;//無相関化信号

subplot(143)
plot2d(x_hat(1,:),x_hat(2,:),style=0);
title('無相関化','fontsize',4);

W=FICA(x_hat(1,:),x_hat(2,:),eye(2,2),30);//正規直交行列
s_hat=W*x_hat;//分離信号

subplot(144)
plot2d(s_hat(1,:),s_hat(2,:),style=0);
title('Fast_ICA','fontsize',4);

//-----wavファイル書き込み-----//
fs=48000;//48kHzサンプリング
wavwrite(MM(1,:), fs, 'ICA_obs1.wav');//観測信号1
wavwrite(MM(2,:), fs, 'ICA_obs2.wav');//観測信号2
wavwrite(x_hat(1,:), fs, 'ICA_no_corr1.wav');//無相関信号1
wavwrite(x_hat(2,:), fs, 'ICA_no_corr2.wav');//無相関信号2
wavwrite(s_hat(1,:), fs, 'ICA_Res1.wav');//分離信号1
wavwrite(s_hat(2,:), fs, 'ICA_Res2.wav');//分離信号2

```