【ギブスの現象　Gibbs phenomenon】

周期 T の周期信号 $x(t)$ に対し，次のように $X(k)$ を定義する．

$$X(k) = \int_0^T x(t)\exp(-j\frac{2\pi}{T}kt)dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\exp(-j\frac{2\pi}{T}kt)dt$$

元の信号 $x(t)$ は，$x(t) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)\exp(j\frac{2\pi}{T}kt)$ となる．
ここで，下記にある周期 T の信号を考える．

$$x(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \le \frac{T}{4}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

この信号の $X(k)$ は，$X(k) = \frac{T}{2}\mathrm{sinc}(\frac{\pi k}{2})$ である．
ここから，

$$x(t) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k)\exp(j\frac{2\pi}{T}kt) = \frac{1}{2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{\sin(\frac{\pi k}{2})}{\frac{\pi k}{2}}\exp(j\frac{2\pi}{T}kt)$$

$$= \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{2k-1}{2}\pi)}{\frac{2k-1}{2}\pi}\cos(\frac{2\pi}{T}(2k-1)t)$$

上式を，有限級数和 $k = 1, 2, \cdots, K$ で打ちきると，

$$x(t) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{K}\frac{\sin(\frac{2k-1}{2}\pi)}{\frac{2k-1}{2}\pi}\cos(\frac{2\pi}{T}(2k-1)t)$$

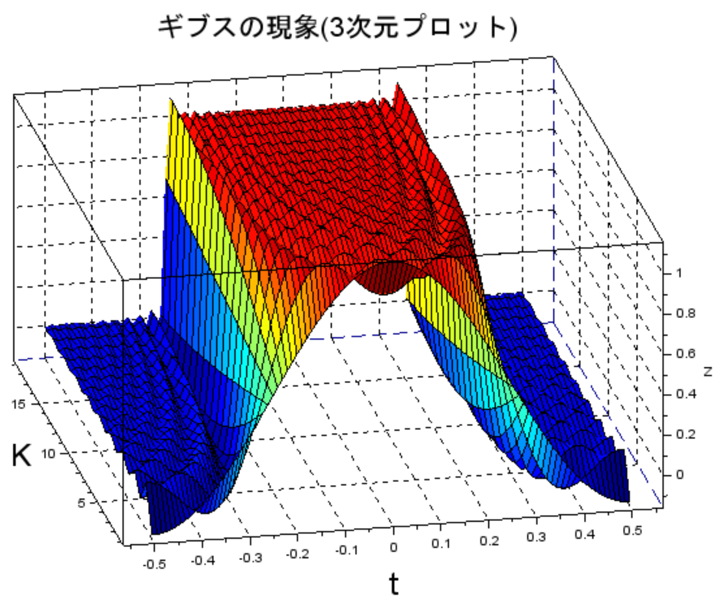

Figure 1: Scilab 実行結果

Source Code 1: Scilab

```
////////////////////////////////
//      ギブスの現象
//      Gibbs phenomenon
//
//                          M.Tsutsui
////////////////////////////////

clear;

T=1;//周期T

K=20;//sigma項数

t=linspace(-0.5,0.5,100);//時間t -0.5〜0.5

res=[];//結果格納配列
sum_loop=0;
for k=1:1:K;
    sum_loop=sum_loop+sin((%pi*(2*k-1))/2)./((%pi*(2*k-1))/2).*cos(2*%pi/T*(2*k-1)*t);
    res=[res;1/2+sum_loop];
end

x_a=t;//x軸目盛スケーリング
y_a=linspace(1,K,K);//y軸目盛スケーリング

surf(x_a,y_a,res);
set(gcf(),'color_map',jetcolormap(256));
xgrid();
xlabel('t','fontsize',5);
ylabel('K','fontsize',5);
title('ギブスの現象(3次元プロット)','fontsize',4.5);
```