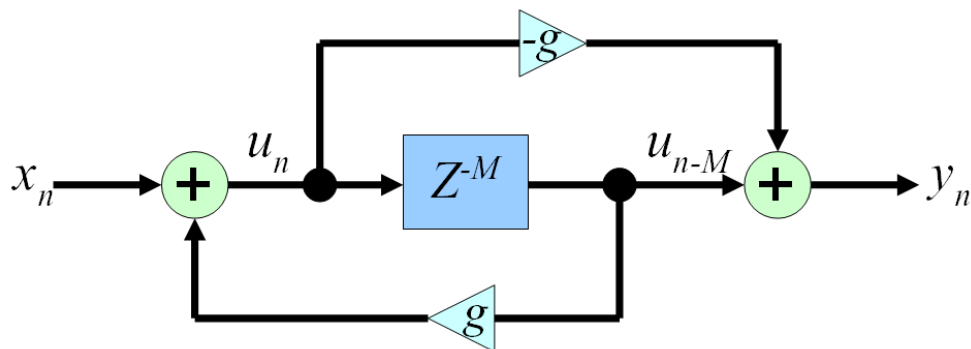


【オールパスフィルタ All Pass Filter】



差分方程式は以下のように表せる。

$$u_n = x_n + gu_{n-M}$$

$$y_n = -gu_n + u_{n-M}$$

各々 z 変換すると、

$$U(z) = X(z) + gU(z)z^{-M}$$

$$Y(z) = -gU(z) + U(z)z^{-M}$$

ここから、伝達関数は、

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-M} - g}{1 - gz^{-M}}$$

次に、インパルス応答 h_n を求める。

差分方程式より、 $n = 0$ の時、 $h_0 = -g$ 。また、 $n = mM$ ($m \in \mathbb{N}$) の時は、

$$h_n = \mathcal{Z}^{-1} \left[\frac{z^{-M}}{1 - gz^{-M}} - \frac{g}{1 - gz^{-M}} \right]$$

ここで、

$$H(z) = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=0}^{\xi} g^n \cdot z^{-(n+1)M} - \sum_{n=0}^{\xi} g^{n+1} \cdot z^{-nM} \right] = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left[\sum_{n=1}^{\xi} g^{n-1} \cdot z^{-nM} - \sum_{n=0}^{\xi} g^{n+1} \cdot z^{-nM} \right]$$

と書けるので、インパルス応答は、

$$h_n = g^{n-1} - g^{n+1} = g^{n-1}(1 - g^2)$$

以上より、インパルス応答 h_n は、

$$h_n = \begin{cases} 0 & (n < 0) \\ -g & (n = 0) \\ g^{m-1}(1 - g^2) & (n = mM) \\ 0 & (n \neq mM) \end{cases}$$

さらに、 $z = e^{j\omega T}$ を代入して、周波数特性を求めると、

$$H(\omega) = \frac{e^{-j\omega MT} - g}{1 - ge^{-j\omega MT}}$$

$$|H(\omega)| = \frac{|e^{-j\omega MT} - g|}{|1 - ge^{-j\omega MT}|} = \sqrt{\frac{\{\cos(\omega MT) - g\}^2 + \{\sin(\omega MT)\}^2}{\{1 - g \cos(\omega MT)\}^2 + \{g \sin(\omega MT)\}^2}} = \sqrt{\frac{g^2 - 2g\cos(\omega MT) + 1}{g^2 - 2g\cos(\omega MT) + 1}} = 1$$

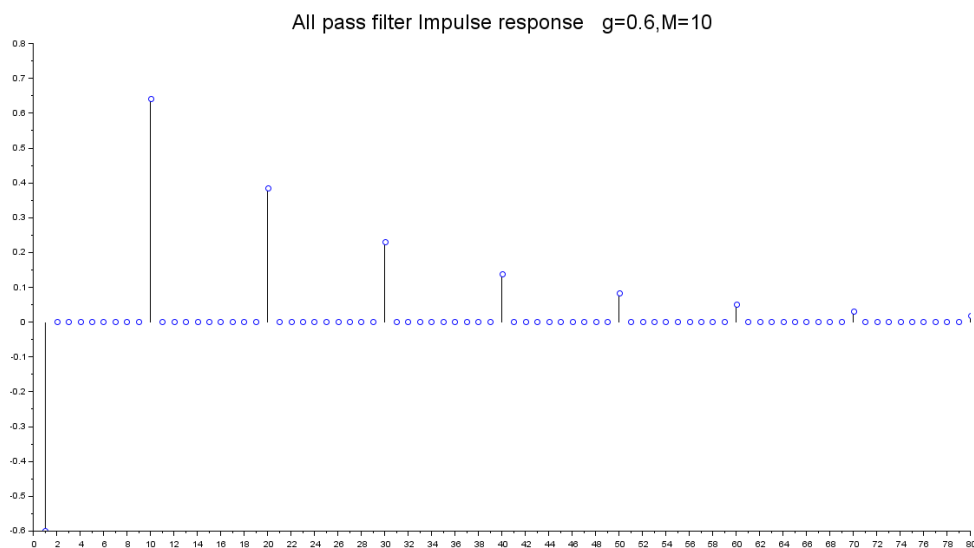


Figure 1: Scilab 実行結果
オールパスフィルタ インパルス応答

Source Code 1: Scilab

```

////////////////////////////////////
// オールパスフィルタ インパルス応答
// All pass filter Impulse response
//
// M.Tsutsui
////////////////////////////////////

clear;

g=0.6;//係数 g
M=10;//遅れM
h(1)=-g;//インパルス応答

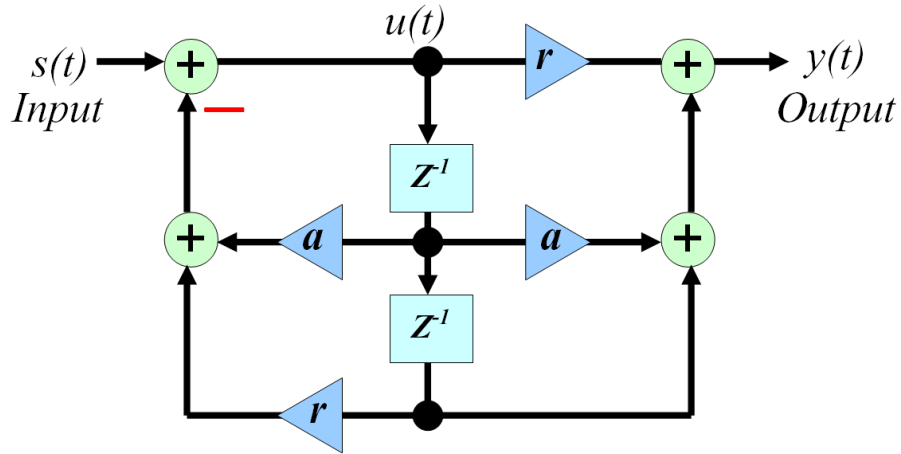
n_end=80;//データ数

for n=2:1:n_end;
    i= modulo(n,M);
    if(i==0)
        m=n/M;
        h(n)=g^(m-1)*(1-g^2);
    else
        h(n)=0;
    end
end;

plot2d3(h);
plot(h,'o');
title('All_pass_filter_impulse_response_g=0.6,M=10','fontsize',5);

```

■オールパスフィルタ 位相反転



a : フィルタ係数
 r : 極半径の2乗
 除去したい周波数を ω_N とすると, $a = -(1 + r) \cos \omega_N$ と設定.

差分方程式

$$u(t) = s(t) - au(t - 1) - ru(t - 2)$$

$$y(t) = ru(t) + au(t - 1) + u(t - 2)$$

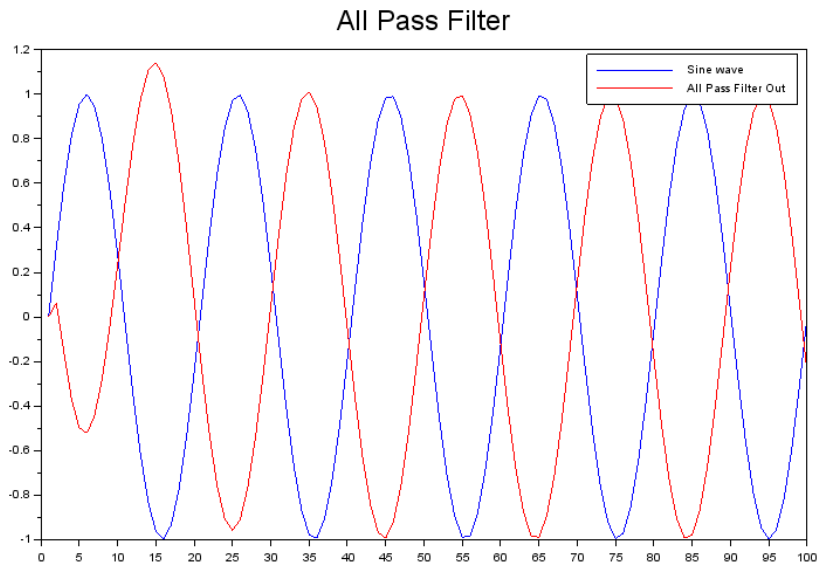


Figure 2: Scilab 実行結果
 オールパスフィルタ 位相反転

Source Code 2: Scilab

```

////////////////////////////////////
//      オールパスフィルタ 位相反転
//      All Pass Filter reverse phase
//
//
//                          M.Tsutsui
////////////////////////////////////
    
```

```

clear;

funcprot(0);
function[y]=apf(x,v,b);//オールパスフィルタ 関数
//引数 x:入力信号 v:極半径の2乗 b:フィルタ係数
    s_size=length(x);

    u(1)=x(1);
    y(1)=v*u(1);
    u(2)=x(2)-b*u(1);
    y(2)=v*u(2)+b*u(1);

    for i=3:1:s_size;
        u(i)=x(i)-b*u(i-1)-v*u(i-2);
        y(i)=v*u(i)+b*u(i-1)+u(i-2);
    end

endfunction

d_size=100;//入力信号サイズ

t=linspace(0,0.005,d_size);

f=1000;//1kHz正弦波
s=sin(2*pi*f*t);//入力信号

r=0.2;//極半径の2乗

fs=16000;//サンプリング周波数
fc=1000/fs;//位相反転周波数

a=-(1+r)*cos(2*pi*fc);//フィルタ係数

plot(s);
plot(apf(s,r,a),'r');
legend(['Sine wave','All Pass Filter Out']);
title('All Pass Filter','fontsize',5);

```